



7. 若  $f(x)$  在区间  $(a, b)$  内有  $f'(x) > 0, f''(x) > 0$ , 则  $f(x)$  在  $(a, b)$  内 ( )

A. 单调增加, 曲线  $f(x)$  是凹的  
是凸的

B. 单调增加, 曲线  $f(x)$

C. 单调减少, 曲线  $f(x)$  是凹的  
是凸的

D. 单调减少, 曲线  $f(x)$

8. 若  $f'(x)$  为连续函数, 则下列等式正确的是 ( ) .

A.  $\int df(x) = f(x)$

B.

$(\int df(x))' = f(x)$

C.  $\int f'(x) dx = f(x)$

D.

$d\int f(x) dx = f(x)$

9. 在空间直角坐标系中,  $M_1(-12, -3)$  与点  $M_2(12, -3)$  关于 ( ) 对称.

A.  $x$  轴

B.  $yz$  坐标面

C.  $zx$  坐标面

D. 原点

10. 下列微分方程中 ( ) 是二阶线性微分方程.

A.  $xy' + y^2 = x$

B.  $y'' + yy' = e^x$

C.  $y^2 + y = 1$

D.  $y'' + y' + e^x y = \cos x$

## 二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

11. 设  $f(x) = \frac{x}{x-1}$ , 则  $f\left(\frac{1}{f(x)-1}\right) =$  \_\_\_\_\_ .

12.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2 \tan x)^{3 \cot x} =$  \_\_\_\_\_ .

13.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( x \tan \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \sin x^2 \right) =$  \_\_\_\_\_ .

14. 曲线  $xe^y + xy + y = 1$  在  $x=0$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_ .

15. 函数  $f(x) = \int_{\frac{1}{2}}^x \ln t dt$  的极值点是\_\_\_\_\_。

16. 定积分  $\int_0^{\pi} \sqrt{1 + \cos 2x} dx =$ \_\_\_\_\_。

17. 广义积分  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 4x + 5} dx =$ \_\_\_\_\_。

18. 定积分  $\int_{-1}^1 (e^{2x} \tan x - 2(\arcsin x)^3 + 3) dx =$ \_\_\_\_\_。

19. 微积分  $y' - y = 1$  的通解为\_\_\_\_\_。

20. 已知  $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, \vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为  $\frac{\pi}{6}$ , 则  $|(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + 2\vec{b})| =$ \_\_\_\_\_。

### 三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 7 分，共 56 分）

21. 讨论函数  $f(x) = \begin{cases} 1 + \arctan \frac{1}{x}, & x > 0 \\ 1, & x = 0 \\ 1 - e^{\frac{1}{x}} \cos \frac{1}{x}, & x < 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处的连续性；若  $x=0$  是  $f(x)$  的间断点，指出间断点的名称。

22. 计算极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (t - \sin t) dt}{e^{x^4} - 1}$ 。

23. 已知函数  $y = \frac{(x-1)^3 \sqrt{x+2}}{(x-3)^2 e^{2x}}$ , 求  $dy$ 。

24. 求由参数方程  $\begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$  所确定的函数的二阶导数  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ 。

25. 求不定积分  $\int \frac{\sqrt{1-x}}{x} dx$ 。

26. 计算定积分  $\int_0^3 \arctan \sqrt{x} dx$ 。

27. 求微分方程  $y' \cot x - y \cos x = 2x(\cot x)e^{-\cos x}$  的通解。

28. 求过点  $M_0(1, -2, 3)$ ，且与直线  $l_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{3}$  和  $l_2: \begin{cases} x=3t-1 \\ y=2t+3 \\ z=-t-2 \end{cases}$  都平行的平面方程。

#### 四、应用题（本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分）

29. 求由曲线  $y=\ln x$  与直线  $y=0$  和  $x=e$  所围成的平面图形绕  $y$  轴所得到的旋转体体积。

30. 要做一个容积为  $2\pi$  的密闭圆柱罐头筒，问底半径  $r$  和筒高  $h$  如何确定才能使所用材料最省？

#### 五、证明题（本大题共 1 小题，每小题 8 分，共 8 分）

31. 已知  $0 < a < b$ , 试证  $\frac{b-a}{b} < \ln \frac{b}{a} < \frac{b-a}{a}$ 。

聚英专升本  
Juying Education